



行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

滿足葛倫密恩設定之非線性系統模糊控制器設計

5中4

FUZZY CONTROLLER DESIGN WITH GRAMIAN ASSIGNMENT FOR NONLINEAR SYSTEMS

計畫編號：NSC 88-2213-E-019-007

執行期限：87年8月1日至88年7月31日

主持人：張文哲 國立台灣海洋大學輪機工程技術系

E-mail: wjchang@ntou66.ntou.edu.tw

一、中文摘要

在控制系統的分析法則中，有關模糊控制的穩定性分析是其中一項重要的控制理念。這些理論中，系統的模糊模型與模糊控制器都是用 Takagi-Sugeno 模型來呈現，而其後件部則是以線性方程式來表示。根據 Takagi-Sugeno 模型，模糊穩定定理的推導是利用里阿柏諾方法 (Lyapunov's direct method) 所求得。然而，這些理論最大的困難點，在於設計者必須尋找一個共同的正定矩陣，來滿足里阿柏諾不等式，以使系統達到模糊穩定的要求。本計畫的目的是希望在滿足葛倫密恩值 (Gramian) 設定的情形下，設計一個直接的模糊控制器，以取代尋找共同正定矩陣來滿足里阿柏諾不等式的問題。

關鍵詞：模糊控制，可控性葛倫密恩值，
可觀性葛倫密恩值

Abstract

The stability analysis of fuzzy control systems is one of the important concepts in the analysis of control systems. In these approaches, the fuzzy model and the fuzzy

controller are represented by Takagi-Sugeno's model whose consequent parts are described by linear equations. Using the Takagi-Sugeno's model, the fuzzy stability theorem has been derived in terms of Lyapunov's direct method. However, the most difficult problem of these approaches is that the designer must find a common positive definite matrix to satisfy the Lyapunov's inequality for achieving the fuzzy stability theorem. Instead of finding a common positive definite matrix to satisfy the Lyapunov's inequality, the purpose of this project is to design a direct fuzzy controller with the Gramian assignment.

Keywords: Fuzzy Control, Controllability Gramian, Observability Gramian

二、緣由與目的

(2.1) 計畫緣由

1965年美國加州大學札德 (L. A. Zadeh) 教授首先提出了「模糊集合」(Fuzzy Set) 的理論 [1]，根據此一理論，至今三十餘年來的學者們已將此一理論發展成十分蓬勃的「模糊系統理論」(Fuzzy System

Theory) [2-6]，它包括了模糊集合 (Fuzzy Sets)、模糊邏輯 (Fuzzy Logic)、模糊演算法則 (Fuzzy Algorithms) 及模糊控制 (Fuzzy Control) 等領域。由於模糊系統理論之數學推理與人類一般思考模式相近，而且模糊模組化之系統較能保有原來非線性系統的特性，所以此一理論已逐漸受到學者們的重視，在工業界的實務開發中也有非常多的相關產品問世，足見此一理論確實具有相當的研究價值。然而，模糊控制理論中常常需要用嘗試錯誤法來調整模糊控制器的設計，以達到系統的穩定需求，此一問題往往是我們從事模糊控制器設計時所面臨的最大考驗。

為了解決以上問題，Takagi 及 Sugeno 提出了以『若 - 則』(If-then) 的規則來表示非線性系統局部區域輸入輸出關係的連續性模糊模式，我們稱之為 Takagi-Sugeno 模糊模式 [7]。假設連續性 Takagi-Sugeno 模糊模組化非線性系統是由 r 條規則所組成，其中第 R^i 條規則如下所示：

R^i ：若 $x_1(t)$ 是 M_{i1} , ..., 且 $x_n(t)$ 是 M_{in}

$$\text{則 } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t), y(t) = C_i x(t) \quad (1)$$

其中 $i=1,2,\dots,r$ ， M_{ij} 是模糊集合， $x(t)$ 是狀態向量， $u(t)$ 是輸入向量。

由過去文獻 [8-11] 得知，要使以上系統穩定，必須找到一個共同的正定矩陣 P ，以使下列各個里阿柏諾 (Lyapunov) 不等式成立

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad (2)$$

在文獻 [8-11] 中，作者建議使用線性矩陣不等式 (Linear Matrix Inequalities - LMI)

理論來找尋 P ，然而 LMI 的方法不一定能夠使各個里阿柏諾 (Lyapunov) 不等式找到共同的 P 解。

針對以上的困難，本計畫嘗試將此問題從另一個角度視之，亦即我們嘗試直接設定此一共同的 P 值，然後反求各個子規則下的回授控制增益值，如此將可直接保證系統之共同 P 值存在，並同時保證了系統的穩定性。而我們所設定的共同 P 值，其實就是本計畫所提及之葛倫密恩值 (Gramian)，因此本計畫所設計的模糊控制器不但保證可以找到共同的 P 值以使系統穩定，而且更能使各個子規則系統具有相同之葛倫密恩值 (Gramian)。

(2.2) 計畫目的

(2.2.1) 經由可控性葛倫密恩值之設定，針對連續性 Takagi-Sugeno 模糊模組化非線性系統設計出能使系統穩定之模糊控制器。

(2.2.2) 經由可觀性葛倫密恩值之設定，針對連續性 Takagi-Sugeno 模糊模組化非線性系統設計出能使系統穩定之模糊控制器。

(2.2.3) 經由可控性葛倫密恩值之設定，針對間斷性 Takagi-Sugeno 模糊模組化非線性系統設計出能使系統穩定之模糊控制器。

(2.2.4) 經由可觀性葛倫密恩值之設定，針對間斷性 Takagi-Sugeno 模糊模組化非線性系統設計出能使系統穩定之模糊控制器。

三、計畫研究結果與討論

(3.1) 研究結果

(3.1.1) 以指定之可控性葛倫密恩值作為系統穩定條件中之各子規則系統

的共同正定矩陣值，設計出滿足此預設可控性葛倫密恩值之連續型 Takagi-Sugeno 模糊控制器。

- (3.1.2) 以指定之可觀性葛倫密恩值作為系統穩定條件中之各子規則系統的共同正定矩陣值，設計出滿足此預設可觀性葛倫密恩值之連續型 Takagi-Sugeno 模糊控制器。
- (3.1.3) 以指定之可控性葛倫密恩值作為系統穩定條件中之各子規則系統的共同正定矩陣值，設計出滿足此預設可控性葛倫密恩值之間斷型 Takagi-Sugeno 模糊控制器。
- (3.1.4) 以指定之可觀性葛倫密恩值作為系統穩定條件中之各子規則系統的共同正定矩陣值，設計出滿足此預設可觀性葛倫密恩值之間斷型 Takagi-Sugeno 模糊控制器。

現在以(3.1.1)之情形為例，我們將針對系統(1)設計以下之模糊控制器：

R^i ：若 $x_1(t)$ 是 M_{i1} , ..., 且 $x_n(t)$ 是 M_{in}

$$\text{則 } u(t) = F_i y(t) \quad (3)$$

根據[8-11]及以上之定義式，我們可知若以下兩個條件成立，則系統將會穩定。

$$(A_i + B_i F_i)^T G_o + G_o (A_i + B_i F_i) + C_i^T C_i = 0, \quad (4)$$

$$G_o R_{ij}^T + R_{ij} G_o < 0, \quad (5)$$

$$\text{其中 } R_{ij} = \frac{\{A_i + B_i F_i C_j\} + \{A_j + B_j F_i C_i\}}{2}, \quad i < j,$$

且 $G_o \equiv \int_0^\infty e^{(A_i + B_i F_i C_i)\tau} B_i B_i^T e^{(A_i + B_i F_i C_i)^T \tau} d\tau$ 為系統共同之可控性葛倫密恩值。

以下之定理將提供我們如何從(4)中求解輸出回授增益矩陣 F_i ：

定理一

給定一個正定之共同可控性葛倫密恩矩陣 G_o ，如果存在輸出回授增益矩陣 F_i 使得(4)成立，若且唯若

$$(I - B_i B_i^+) (K_i - G_o C_i^T) = 0 \quad (6)$$

$$(A_i + K_i C_i) G_o + G_o (A_i + K_i C_i)^T - 2G_o C_i^T C_i G_o + B_i B_i^T = 0 \quad (7)$$

其中 $[.]^+$ 是矩陣 $[.]$ 的 Moore-Penrose 反矩陣。此外，若條件(6), (7)皆成立的話，則輸出回授增益矩陣可由下列式子求得。

$$F_i = B_i^+ (K_i - G_o C_i^T) + (I - B_i^+ B_i) Z_i \quad (8)$$

#

由以上定理可知，針對連續性 Takagi-Sugeno 模糊系統，若要設計滿足共同可控性葛倫密恩值之模糊控制器，我們可以事先指定特定之共同可控性葛倫密恩矩陣 G_o ，使其滿足定理一中之充分必要條件，當這些條件條件滿足時，模糊控制器中之輸出回授增益 F_i 即可由(8)式中求得。再將此 G_o 及 F_i 代入(5)式中檢查，如果條件(5)成立，則表示此一模糊控制器可使系統達到穩定，並使系統滿足設計者所指定之特定共同可控性葛倫密恩矩陣，反之，若條件(5)不成立，則設計者必須重新指定新的共同可控性葛倫密恩矩陣 G_o ，然後繼續先前的設計步驟，以求得最後可用之模糊控制器。

以上之結果是以(3.1.1)之情形加以說明，而(3.1.2), (3.1.3)及(3.1.4)之結果與(3.1.1)之結論相近，因篇幅限制所致，在此不再一一贅述。

(3.2) 結論與討論

模糊控制理論在現今的控制工程領域中受到了高度的重視，而模糊系統的穩定度問題，更是學者們竭力探討的重要課題。基於系統可控性葛倫密恩值及可觀性葛倫密恩值對偶性 (Duality) 的存在，本計畫對 Takagi-Sugeno 模糊模組化非線性系統的穩定性問題做了更深一步的研究。

多目標的控制需求，在當今控制工程的控制器設計問題上，有著實際而急迫的需要，我們往往希望所設計的控制器不但能使系統穩定，同時更希望此一控制器能使系統達到其他的行為需求限制，如強健性、最佳化、閉迴路極點位置指定或是系統的可控制與可觀測等。在本計畫中，我們結合了模糊控制理論與葛倫密恩值設定理念，設計出能同時使非線系統達到穩定、可控制或可觀測等多目的的模糊控制器。因此，本計畫的設計方法應可作為設計多目標模糊控制器的重要參考。

四、計畫成果自評

本計畫之研究結果完全達成原計畫所預期之目標。針對傳統穩定化模糊控制器的設計方法，本計畫站在反觀的立場，先行設定此一共同正定矩陣，再根據此共同正定矩陣反向求得在穩定條件下所需要之線性子規則系統的回授增益矩陣，如此，便能克服傳統 LMI 方法在求解過程中不斷反覆嘗試錯誤的困難。所以，本計畫提供了一個更直接更有效的穩定模糊控制器設計方法。

跨領域的技術結合是最值得鼓勵與讚賞的研究方向，本計畫所探討的葛倫密恩值設定問題，同時可以應用在控制工程與通訊工程的研究領域中，是故本計畫未來的研究空間仍然十分寬廣，而其中所涉及

的設計問題更是具有高度的後續研究價值。

本計畫部份研究成果，以陸續發表於期刊及研討會中，請參見參考文獻 [12-18]。

五、參考文獻

- [1] L. A. Zedah, "Fuzzy Sets", *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, pp. 338-353, 1965.
- [2] W. Pedrycz, *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*, Wiley, New York, 1993.
- [3] B. Kosko, *Fuzzy Engineering*, Prentice-Hall, London, 1997.
- [4] T. Terano, K. Asai and M. Sugeno, *Fuzzy Systems Theory and Its Applications*, Academic Press, Boston, 1992.
- [5] K. Hirota (ed.), *Industrial Application of Fuzzy Technology*, Springer-Verlag, New York, 1993.
- [6] D. Dubois and H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Academic Press, New York, 1980.
- [7] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modeling and Control", *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.*, Vol. 15, No. 1, pp. 116-132, 1985.
- [8] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Robust Stabilization of a Class of Uncertain Nonlinear Systems via Fuzzy Control: Quadratic Stabilizability, H_∞ Control Theory, and Linear Matrix Inequalities", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 4, No. 1, pp. 1-13, 1996.
- [9] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "An Approach to Stabilization of Uncertain Fuzzy Systems", *Proc. of the 5th IEEE*

- Int. Conf. on Fuzzy Systems*, pp. 72-77, New Orleans, Louisiana, 1996.
- [10] H. O. Wang and K. Tanaka, "An LMI-based Stable Fuzzy Control of Nonlinear Systems and Its Application to Control of Chaos", *Proc. of the 5th IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, pp. 1433-1438, 1996.
- [11] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Design of Fuzzy Control Systems Based on Relaxed LMI Stability Conditions", *Proc. of the 35th Conf. on Decision and Control*, pp. 598-603, Kobe, Japan, 1996.
- [12] W. J. Chang, "Design of Fuzzy Controllers with Common Observability Gramian for Discrete Takagi-Sugeno Fuzzy Models", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, revised (full paper), 1999.
- [13] W. J. Chang, "Common Observability Gramian Assignment Using Discrete Fuzzy Control", *Proc. of the 8th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Seoul, Korea, August 22-25, 1999, accepted for publication.
- [14] W. J. Chang and C. C. Sun, "Fuzzy Control with Common Observability Gramian Assignment for Continuous Takagi-Sugeno Models", *Proc. of the 1999 American Control Conference*, pp. 1366-1370, San Diego, California, USA, June 2-4, 1999.
- [15] W. J. Chang and C. C. Sun, "Fuzzy Controller Design for Nonlinear TORA Systems", 第十一屆全國自動化科技研討會論文集, pp. 1169-1175, 1999.
- [16] W. J. Chang, C. C. Sun and J. R. Wang, "Linear Feedback Controller Design for a Class of Nonlinear Fuzzy Systems", *Proc. of 1998 Conference on Industrial Automatic Control & Power Applications*, Taiwan, R. O. C., p. A2-1, 1998.
- [17] W. J. Chang and C. C. Sun, "Fuzzy Controllers Design for a Class of Nonlinear Systems Via Algebraic Methods", *Systems & Control Letters*, revised, 1999.
- [18] W. J. Chang, "Continuous Fuzzy Controller Design with Common Observability Gramian Assignment", *ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, revised, 1999.