



RRPB91081555 (7 .P)

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

多組射頻訊號帶通取樣法則之研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC 91-2213-E-019-009

執行期間：91 年 08 月 01 日 至 92 年 07 月 31 日

執行單位：國立臺灣海洋大學電機工程學系暨研究所

計畫主持人：曾敬翔

計畫參與人：周孫中

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 8 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

多組射頻訊號帶通取樣法則之研究

A Study of Bandpass Sampling Criteria for Multiple RF Signals

計畫編號: NSC-91-2213-E-019-009

執行期限: 91年8月1日至92年7月31日

主持人: 曾敬翔 國立台灣海洋大學電機工程學系

計畫參與人員: 周孫中 國立台灣海洋大學電機工程學系

中文摘要

由帶通取樣定理得知針對射頻訊號取樣時, 帶通取樣可以有效降低所需要的取樣頻率, 除此之外, 也可以大幅降低硬體電路的複雜程度。然而, 傳統的帶通取樣定理只有考慮單一帶通射頻訊號的情況, 使用上勢必受到相當大的侷限, 再加上目前軟體無線電架構通訊系統的設計趨勢下, 於是適用於多組訊號的帶通取樣定理的發展便日漸受人注意。在本論文中, 我們提出了一個尋找取樣頻率的不同思考方向。本方法在尋找多個訊號的取樣頻率的過程中, 是經由數學推導在所有不同的頻譜排列之下, 計算出關於各種頻譜取樣頻率的不等式, 而不等式的邊界則是由各個待取樣訊號的參數決定(頻寬、所在位置等等), 只需根據待取樣訊號的參數即可決定何種頻譜排列方式成立, 且得到可使用的取樣頻率, 如此一來使多訊號帶通取樣定理可以降低相當多的計算複雜度, 使其更容易地在計算機上實現, 而這種對待取樣訊號有著高度彈性方法也符合了軟體接收機設計的原則。本論文所獲致的成果可應用於軟體無線電接收機, 以降低硬體電路之設計成本。

關鍵詞: 帶通取樣、軟體無線電、廣頻、射頻訊號、類比至數位轉換。

Abstract

Bandpass sampling can be used in taking samples of radio frequency (RF) signals to decrease the required sampling frequency. In addition, it can also significantly reduce the complexity of the hardware design. However, the conventional bandpass sampling criterion applies only to a single bandpass signal, which greatly confines its practicality. This in addition to the trend of software radio development motivated the research of bandpass sampling criteria for multiple bandpass signals. In this thesis, we propose a new approach to find the valid sampling frequencies for multiple bandpass signals. The proposed method finds the valid sampling frequencies for various

orders of spectral replicas in the spectrum of the sampled signals. For a given problem, we can determine the appropriate sampling frequencies for multiple bandpass signals by simply using the given parameters of these signals (such as bandwidths, locations, ect). This simplifies the process of finding the valid sampling frequencies and makes the implementation much easier on a microprocessor. The proposed method can be used in designing software radio receivers to reduce the cost of the hardware.

Keywords : Bandpass sampling, Software radio, Aliasing, RF signal, Analog-to-digital conversion.

1 簡介

在無線通訊技術高頻化的趨勢之下[1, 2, 3, 4, 5], 若無線電接收機想要對射頻 (radio frequency, RF) 訊號依奈氏取樣定理 [6] 直接取樣, 則所需之超高取樣頻率對硬體條件的要求變成相當嚴苛, 甚至是幾乎無法達成。以全球定位系統 (Global Positioning System-Standard Position Service, GPS-SPS) 為例[7],[8], 其射頻訊號中心頻率高達約 1.6GHz, 頻寬為 2MHz, 依據奈氏取樣定理得知我們至少需要 3.2GHz 以上的取樣頻率。以現今的技術水準看來, 要達到如此高的取樣頻率相當不容易。因此, 傳統無線電接收機設計多半採用了多級混頻器 (mixer) 的降頻 (down conversion) 電路, 將射頻訊號逐步降低其中心頻率, 以方便將來後續的處理。

隨著無線通訊的蓬勃發展以及微處理器 (microprocessor) 計算能力的提昇, 軟體接收機 (Soft Radio) 架構 [9] 已經成為通訊接收機設計的趨勢。軟體無線電架構是將無線電接收機中各個模組盡可能地以軟體方式實現, 以獲得系統設計變更上的最大彈性。軟體接收機的設計主要有以下兩個考量方向[7]:

1. 在射頻 (RF) 前端接收模組中, 類比/數位轉換器的位置必須盡量接近天線, 使訊號經由天線接收後不需

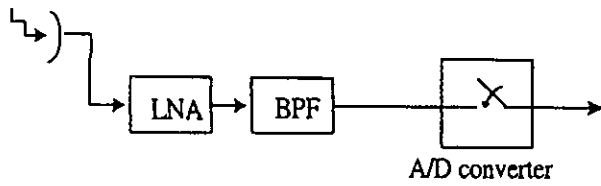


圖 1: 軟體無線電接收機之前端設計圖

經過太多類比電路處理即能使其數位化, 以利後續處理。

2. 經過類比/數位轉換器所取樣下來的資訊必須能在可程式化的處理器上處理, 以保持軟體接收機的高彈性。

軟體無線電在使用上所提供最大的好處為提供了高度的靈活性。在傳統接收機設計方法之下, 如果同一個系統內有不同特性或頻率的訊號需要處理, 則勢必要改變其硬體的電路設計才能達到目的。如果以軟體無線電的觀點來看, 只要針對不同訊號使用相對的參數即可將所對應的訊號接收下來, 可以較傳統設計方法省卻不少硬體投資。例如以目前正在進行的第三代行動電話系統的投资為例[5], 在軟體接收機的概念下, 許多硬體上的投資都因此設計觀念沿用第二代系統而有相當的簡化, 只需要更改軟體及做某些硬體的修正更新, 這使得無論是時間或是金錢上都節省了大量的成本。

在軟體無線電架構下若要對射頻訊號直接取樣, 方法之一為使用帶通取樣 (bandpass sampling) 技術[10]。因為帶通的射頻訊號的特性為中心頻率相當高, 但頻寬卻相對狹窄。由帶通取樣定理得知, 取樣帶通訊號所需的取樣頻率是由訊號的頻寬決定, 而不是其中心頻率。以之前的GPS-SPS 訊號為例, 雖然其中心頻率的高達1.5GHz, 但是其頻寬卻只有2MHz。因此我們可以依據帶通取樣定理將訊號取樣下來而不產生摺頻, 並且取樣頻率可以低至約4MHz[7],[8]。這樣的取樣條件可以紓解我們對於射頻訊號取樣時所遭遇的數位/類比轉換器以及微處理器的硬體需求。

在採用了帶通取樣定理的設計觀念後, 軟體無線電接收機前端設計方法可如圖1所示。當帶通的射頻訊號由天線接受進來時, 先經過一個低雜訊放大器 (LNA) 降低雜訊, 再經由帶通濾波器取出所需的訊號。不同於傳統做法需使用多級類比線路降頻, 圖1的作法是直接經由類比/數位轉換器對射頻訊號作取樣動作, 而取樣頻率則由帶通取樣定理求得。此方法的好處為當待接收訊號的頻率範圍改變時, 根據帶通取樣定理改變類比/數位轉換器的取樣頻率和帶通濾波器即可將訊號取樣下來, 並不需要像傳統方法改變相當多硬體設計。

傳統的帶通取樣定理只適用於處理單一一個帶通訊號的情況。在軟體接收機的設計理念下, 若能同時取樣多組位於不同頻帶上的帶通射頻訊號, 則接收機的應用範圍勢必更加廣泛。在之前文獻上我們可以找到一些多頻帶帶通訊號的取樣方法。但是以軟體無線電的角度來說, 在實用性和可程式性上還有未臻完美的地方。所以本論文以符合軟體計算機設計方向為出發點, 希望發展出速度快且易於程式

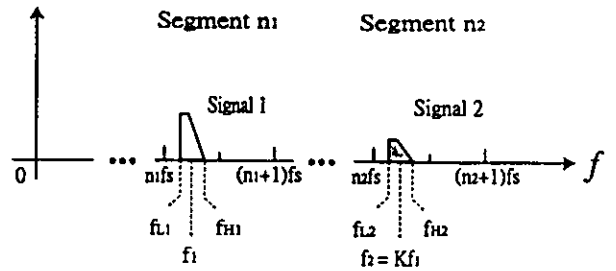


圖 2: 兩組分佔不同頻帶之射頻訊號的頻譜

化的多頻帶訊號帶通取樣技術, 進而將其應用於軟體無線電之接收機設計。

2 兩組射頻訊號之帶通取樣條件分析

圖2為兩個帶通待取樣訊號的示意圖。訊號1為中心頻率 (center frequency) 在 f_1 , 且頻譜分布於 $[f_{L1}, f_{H1}]$ 的待取樣訊號。訊號2為中心頻率 (center frequency) 在 f_2 , 且頻譜分布於 $[f_{L2}, f_{H2}]$ 的待取樣訊號。其中 $f_2 > f_1$ 。定義區段 (segment) k 為包含 $[kfs, (k+1)fs]$ 之頻帶範圍, 則由帶通取樣定理可知訊號1及訊號2的所在頻帶不可跨越 $\frac{f_s}{2}$ 的整數倍, 否則會產生摺頻。所以訊號1及訊號2必定會被各自包含在某個區段之內, 不會一個訊號跨越兩個以上的區段, 也不會跨越所屬區段的中點 $\frac{kf_s}{2}$ 。以圖2為例, 訊號1位於區段 n_1 之內, 而訊號2位於區段 n_2 之內。

在所選擇的取樣頻率 f_s 滿足以上的條件之下, 取樣所得的訊號正負頻譜 $i (i = 1, 2)$ 必定會分別對稱於任一區段的中點 $\frac{kf_s}{2}$, 如此兩個訊號在任何一區段內會產生一共4個正負頻譜。如果區段內的4個頻譜彼此沒有發生重疊而產生摺頻, 則對這兩個訊號而言, 此時選擇的取樣頻率就是可供使用的取樣頻率。

在頻帶複製品不產生重疊且對稱於區段中心的限制條件下, 隨著兩個訊號的頻帶分布以及 f_s 的不同, 可以整理出取樣所得之訊號頻譜分布共有如圖3所示之8種排列方式。

在圖3中, 實線部份代表訊號頻帶實際所在的位置, 其餘虛線部份代表訊號經取樣後所產生的頻帶複製品。每個頻譜內所標示的號碼表示其訊號頻譜的來源, 號碼為負數表示其為負頻成分。任何一個區段之內必定會含有訊號1及訊號2之正負頻譜一共4個頻譜, 而每一個訊號之正頻譜以及負頻譜一定會對稱於區段之中心點 $\frac{kf_s}{2}$ 。

圖3中, 各個頻譜複製品之間是沒有重疊的, 所以不會產生摺頻。因為取樣之後每一個區段之內頻帶分布都是一樣的, 所以在低頻處 $[0, fs]$ (區段0) 就可以得到訊號1和訊號2的複製品。在這8種排列之中, 每一種情況根據其訊號邊界的分布可以找出相對應的 fs 分布範圍, 也就是說在這8種情況之下會有相對應的8個 fs 不等式出現, 而本論文的重點就是如何快速而有系統地找出這些相對應的不等式。為了方便觀察起見, 我們將訊號各種頻譜排列情形列於表1中。

在表1中, 我們將各種頻譜排列在前半區段或後半區

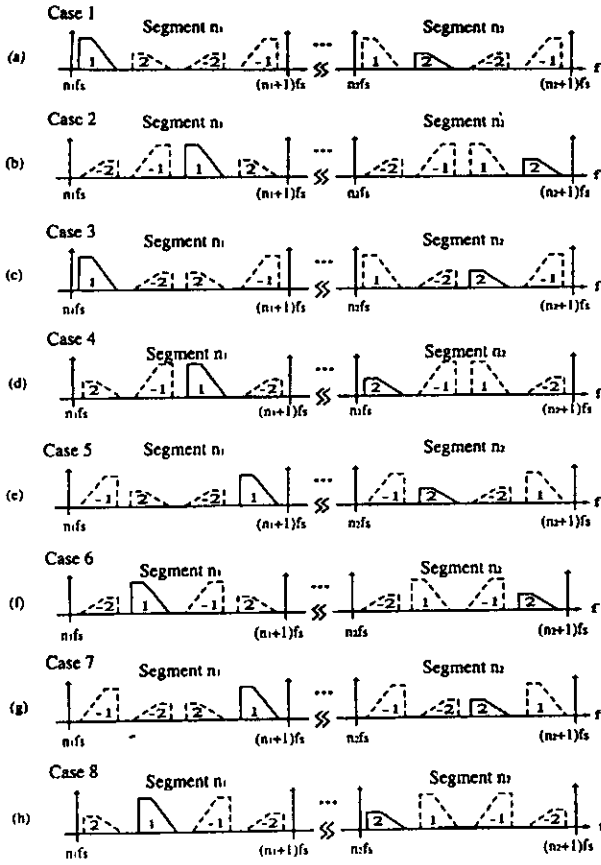


圖 3: 兩個帶通訊號經取樣後所得頻譜可能出現之 8 種排列狀況

段內具有相同之相鄰頻譜者劃成同一組，如此則可以將 8 種 case 劃分成 4 組。以第一組為例，case 1 在前半區段之相鄰頻譜為 (1,2)，case 2 在後半區段之相鄰頻譜亦為 (1,2)，故分在同一組。以下將每個 case 相對的不等式分為兩種方式討論

1. 來源為相鄰頻譜之取樣頻率不等式
2. 來源為邊界條件之取樣頻率不等式

在 case 1 中，為了避免訊號頻譜複製品重疊而產生廢頻，可以由觀察圖 2 及圖 3 獲得以下 3 個不等式

$$(f_{H_1} - n_1 f_s) < (f_{L_2} - n_2 f_s) \quad (1)$$

$$f_{L_1} \geq n_1 f_s \quad (2)$$

$$f_{H_2} \leq (n_2 + \frac{1}{2}) f_s \quad (3)$$

其中式 (1) 為訊號 1 及訊號 2 頻譜複製品之間不互相重疊所需滿足的不等式。其來源為訊號 1 的最高頻 f_{H_1} 需小於訊號 2 的最低頻 f_{L_2} 。而式 (2) 及式 (3) 為訊號 1 及訊號 2 的頻譜在不能覆蓋到整數倍 f_s 及區段中點 $\frac{f_s}{2}$ 的限制下所得的不等式。其中式 (2) 的來源為訊號 1 之最低頻 f_{L_1} (如

表 1: 圖 3 中之各種頻譜排列對應情況

組別	相鄰訊號	Case	Spectral Order
1	(1, 2)	1	{ 1 2 -2 -1 }
		2	{ -2 -1 1 2 }
2	(1, -2)	3	{ 1 -2 2 -1 }
		4	{ 2 -1 1 -2 }
3	(-1, 2)	5	{ -1 2 -2 1 }
		6	{ -2 1 -1 2 }
4	(-1, -2)	7	{ -1 -2 2 1 }
		8	{ 2 1 -1 -2 }

圖 3(a) 所示) 必須大於區段 n_1 的起點 $n_1 f_s$ ，而式 (3) 則為訊號 2 之最高頻 f_{H_2} (如圖 3(a) 所示) 必須小於區段 n_2 的中點 $(n_2 + \frac{1}{2}) f_s$ 的條件。因此，我們可分別由式 (1)、式 (2) 及式 (3) 整理出在 case 1 的頻譜排列之下，取樣頻率必須滿足以下關係式

$$\frac{f_{H_2}}{n_2 + \frac{1}{2}} \leq f_s \leq \min\left\{\frac{f_{L_1}}{n_1}, \frac{f_{L_2} - f_{H_1}}{n_2 - n_1}\right\} \quad (4)$$

其中 $\min\{x, y\}$ 表示取 x 與 y 中較小者。

以上是在圖 3 中 case 1 的情況。在同一組的 case 2 中，其頻譜分布和 case 1 類似，比較圖 3 的 (a)、(b) 得知圖 3(b) 只是將圖 3(a) 中 (1,2) 相鄰的部分由區段的前半部移動到後半部，因此 case 2 的訊號 1 及訊號 2 頻譜複製品之間不互相重疊的不等式條件和 case 1 是一樣的，所以可以沿用 case 1 之式 (1)。而在另外兩個邊界條件上，由表 1 可看出 case 2 之訊號 1 及訊號 2 相對於 case 1 只是向右移動了 $\frac{1}{2}$ 個區段，因此在式 (2) 及式 (3) 上只需將 n_1 及 n_2 分別以 $n_1 + \frac{1}{2}$ 及 $n_2 + \frac{1}{2}$ 代替，就可以得到 case 2 的另外兩個不等式。所以 case 2 的 3 個不等式分別為式 (1) 以及 $f_s \leq \frac{f_{L_1}}{n_1 + \frac{1}{2}}$ 及 $f_s \geq \frac{f_{H_2}}{n_2 + 1}$ 經整理過後可得在 case 2 的頻譜排列之下，取樣頻率必須滿足以下關係式

$$\frac{f_{H_2}}{n_2 + 1} \leq f_s \leq \min\left\{\frac{f_{L_1}}{n_1 + \frac{1}{2}}, \frac{f_{L_2} - f_{H_1}}{n_2 - n_1}\right\} \quad (5)$$

由以上第 1 組的例子可知在同一組內的頻譜分布有以下特性：

1. 具有相同的相鄰頻譜分布，以便於重複使用相同之相鄰條件不等式。
2. 同組而不同 case 之間訊號頻譜分布在該訊號對應區間之內為位移 $\frac{1}{2}$ 個區間。

在推導各種 case 的取樣頻率不等式時，掌握住以上 2 個結構化的特性，就可以快速而有系統的將所有可能的取樣頻率不等式找出來。

為了簡化推導的過程，我們定義參數 e_b ($b = L, H$ $i = \pm 1, \pm 2$) 為頻譜之頻率下界 ($b=L$) 或上界 ($b=H$) 在

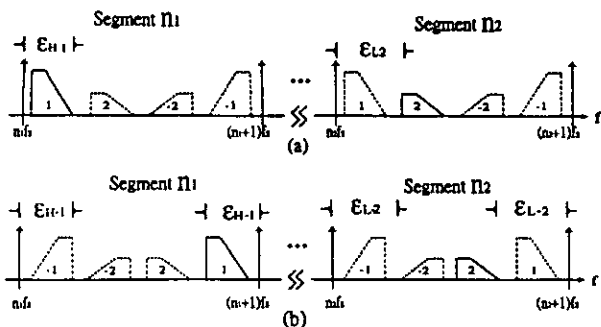


圖 4: 參數 ϵ_{b_i} 在 (a) case 1 和 (b) case 7 時之示意圖

表 2: 各種 ϵ 對應之頻率值

ϵ	頻率值
ϵ_{H_1}	$f_{H_1} - n_1 f_s$
$\epsilon_{H_{-1}}$	$(n_1 + 1)f_s - f_{L_1}$
ϵ_{L_2}	$f_{L_2} - n_2 f_s$
$\epsilon_{L_{-2}}$	$(n_2 + 1)f_s - f_{H_2}$

其所屬區段內的相對頻率值如表 2。在表 2 中, ϵ_{H_1} 表示訊號 1 的上界 f_{H_1} 和該區段起點 $n_1 f_s$ 的相對頻率值, 因此 $\epsilon_{H_1} = f_{H_1} - n_1 f_s$ (如圖 4(a))。

而 $\epsilon_{H_{-1}}$ 表示訊號 -1 的上界和該區段起點 $n_1 f_s$ 的相對頻率值。此時因為訊號 -1 為負頻譜, 且正負頻譜又以區段中點 $\frac{f_2}{2}$ 為對稱, 所以頻譜 -1 上界和該區段起點 $n_1 f_s$ 的相對頻率值等於該區段終點 $(n_1 + 1)f_s$ 和頻譜 1 下界之相對頻率值 (如圖 4(b)), 因此 $\epsilon_{H_{-1}} = (n_1 + 1)f_s - f_{L_1}$ 。同理, ϵ_{L_2} 表示訊號 2 的下界和該區段起點 $n_2 f_s$ 的相對頻率值, 而 $\epsilon_{L_{-2}}$ 表示訊號 -2 的下界和該區段起點 $n_2 f_s$ 的相對頻率值, 它們所代表的意義及數值亦分別標示於圖 4 和表 2 中。定義了參數 ϵ_{b_i} 後, 我們就可以將表 1 中不同組別之相鄰訊號對應的不等式寫成以 ϵ_{b_i} 表示之簡易表示法。以 case 1 為例, 從表 1 得知其前半區段中頻譜分布為 (1, 2), 所以訊號 1 的上界必須小於訊號 2 的下界, 因此根據圖 3(a) (或圖 4(a)) 的頻譜分布及表 2 可以整理出其不等式關係的簡易表示法為 $\epsilon_{H_1} \leq \epsilon_{L_2}$ 。若將表 2 所列之 ϵ 值代入以上簡易表示法, 則可以得到 case 1 之相鄰頻譜所對應之不等式為式 (1)。仿照此一作法, 我們可以輕易地將表 1 中各組相鄰訊號之不等式簡易表示法寫出, 然後參考表 2 得到實際對應之不等式, 所得結果整理如表 3。

引進了參數 ϵ 後, 我們已經可以輕易決定出每一個 case 的相鄰訊號不等式。剩餘的 2 個邊界不等式為訊號頻譜在區段內之邊界條件, 同一組訊號也只需推導其中一個 case, 另外一個 case 之不等式可由同組訊號之不等式位移 $\frac{1}{2}$ 區段獲得。以此方法推導, 可以得到表 1 中其他 3 組 (case 3 - case 8) 的不等式及 f_s 範圍, 整理如表 4 所示。

表 3: 8 種 case 其相鄰訊號不等式的簡易表示法

Case	簡易表示法	對應之不等式
1	$\epsilon_{H_1} \leq \epsilon_{L_2}$	$f_s \leq \frac{f_{L_2} - f_{H_1}}{n_2 - n_1}$
2		
3	$\epsilon_{H_1} \leq \epsilon_{L_{-2}}$	$f_s \geq \frac{f_{H_1} + f_{H_2}}{n_1 + n_2 + 1}$
4		
5	$\epsilon_{H_{-1}} \leq \epsilon_{L_2}$	$f_s \leq \frac{f_{L_1} + f_{L_2}}{n_1 + n_2 + 1}$
6		
7	$\epsilon_{H_{-1}} \leq \epsilon_{L_{-2}}$	$f_s \geq \frac{f_{H_2} - f_{L_1}}{n_2 - n_1}$
8		

表 4: 圖 3 中之各種頻譜排列對應之 f_s 範圍

Case	Range of f_s
1	$\frac{f_{H_2}}{n_2 + \frac{1}{2}} \leq f_s \leq \min\left\{\frac{f_{L_1}}{n_1}, \frac{f_{L_2} - f_{H_1}}{n_2 - n_1}\right\}$
2	$\frac{f_{H_2}}{n_2 + 1} \leq f_s \leq \min\left\{\frac{f_{L_1}}{n_1 + \frac{1}{2}}, \frac{f_{L_2} - f_{H_1}}{n_2 - n_1}\right\}$
3	$\frac{f_{H_1} + f_{H_2}}{n_1 + n_2 + 1} \leq f_s \leq \min\left\{\frac{f_{L_1}}{n_1}, \frac{f_{L_2}}{n_2 + \frac{1}{2}}\right\}$
4	$\frac{f_{H_1} + f_{H_2}}{n_1 + n_2 + 1} \leq f_s \leq \min\left\{\frac{f_{L_1}}{n_1 + \frac{1}{2}}, \frac{f_{L_2}}{n_2}\right\}$
5	$\max\left\{\frac{f_{H_1}}{n_1 + 1}, \frac{f_{H_2}}{n_2 + \frac{1}{2}}\right\} \leq f_s \leq \frac{f_{L_1} + f_{L_2}}{n_1 + n_2 + 1}$
6	$\max\left\{\frac{f_{H_1}}{n_1 + \frac{1}{2}}, \frac{f_{H_2}}{n_2 + 1}\right\} \leq f_s \leq \frac{f_{L_1} + f_{L_2}}{n_1 + n_2 + 1}$
7	$\max\left\{\frac{f_{H_1}}{n_1 + 1}, \frac{f_{H_2} - f_{L_1}}{n_2 - n_1}\right\} \leq f_s \leq \frac{f_{L_2}}{n_2 + \frac{1}{2}}$
8	$\max\left\{\frac{f_{H_1}}{n_1 + \frac{1}{2}}, \frac{f_{H_2} - f_{L_1}}{n_2 - n_1}\right\} \leq f_s \leq \frac{f_{L_2}}{n_2}$

3 帶通取樣頻率之快速演算法

在歸納出以上 8 種情況之後, 下一步就是在已知 2 個帶通訊號頻帶位置的情況下, 如何去使用以上 8 個 f_s 的不等式, 來決定可用之取樣頻率。由圖 2 可知訊號 1 正頻譜的中心頻率 f_1 和訊號 2 正頻譜中心頻率 f_2 的關係為

$$f_2 = K f_1 \quad (6)$$

訊號 1 頻帶所在位置為區段 n_1 內, 訊號 2 頻帶所在位置為區段 n_2 內。如同傳統之帶通取樣定理 [10], n_1 可能的值為 $n_1 = 1$ 到理論最大值 $n_1 = \lfloor \frac{f_{H_1}}{2 \cdot (B_1 + B_2)} - 1 \rfloor$ 為止。而針對每一個 n_1 值, 又有其相對應的 n_2 範圍, 而 n_2 的可能範圍可由以下推導得知:

因為訊號 1 位於區段 n_1 內, 所以 $n_1 = \lfloor \frac{f_1}{f_s} \rfloor$ 。同理訊號 2 位於區段 n_2 內, 故

$$n_2 = \left\lfloor \frac{f_2}{f_s} \right\rfloor \quad (7)$$

假設訊號 1 之中心頻率 f_1 有以下關係存在

$$f_1 = n_1 f_s + \epsilon_1 \quad (8)$$

其中 $\epsilon_1 = f_1 - n_1 f_s$ 為訊號 1 中心頻率在區段 n_1 中的相對頻率值。由式 (6)、式 (7) 及式 (8) 可得

$$\begin{aligned} n_2 &= \left\lfloor \frac{f_2}{f_s} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{K f_1}{f_s} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{K(n_1 f_s + \epsilon_1)}{f_s} \right\rfloor \\ &= \left\lfloor K n_1 + \frac{K \epsilon_1}{f_s} \right\rfloor \end{aligned} \quad (9)$$

因為 ϵ_1 為區段內之相對頻率值，所以 $0 < \epsilon_1 < f_s$ ，因此 $0 < \frac{\epsilon_1}{f_s} < 1$ ，所以

$$0 < \frac{K \epsilon_1}{f_s} < K \quad (10)$$

由式 (9) 及式 (10) 可以得知在一個已知的 n_1 下，所有可能的 n_2 範圍為

$$\lfloor K n_1 \rfloor \leq n_2 \leq \lfloor K n_1 + K \rfloor \quad (11)$$

由於 K 為 f_2 與 f_1 之比值，一般而言其值很小，故 n_2 的範圍亦不大。

一旦求得可能之 n_1 及 n_2 值，即可將其代入表 4 中得到可能之取樣頻率。在表 4 所規範之合法取樣頻率取樣之後，取樣所得訊號之頻譜在區段 0 內將會存在訊號 1 和訊號 2 之正負頻成分一共 4 個頻譜，如此就完成 2 組訊號的帶通取樣了。

綜合以上說明，我們可以將 2 個待取樣訊號的取樣頻率演算方法歸納如下：

1. 計算 $K = \frac{f_2}{f_1}$
2. 將 n_1 和 K 由 $n_1 = 1$ 開始代入式 $\lfloor K n_1 \rfloor \leq n_2 \leq \lfloor K n_1 + K \rfloor$ 中，以決定可能的 n_2 範圍，直到 n_1 到達理論最大值 $n_1 = \lfloor \frac{f_{H1}}{2 \cdot (B_1 + B_2)} - 1 \rfloor$ 為止，如此則可以得到所有可能的 n_1 及 n_2 組合。
3. 把每一組可能之 (n_1, n_2) 代入表 4 中求得可用之取樣頻率。

在實際使用上，所選取的 n_1 及 n_2 值越大，其相對得到的取樣頻率就越小，若只需要找出適用之最小取樣率，則可以將步驟 2 改為從 n_1 之最大值開始倒過來往下搜尋，不需對所有 n_1 及 n_2 作全面的計算。

4 取樣後訊號中心頻率位置之決定

當已經由上述的方法找到所需要的取樣頻率時，取樣過後訊號所在的頻率 (f_{IF}) 和訊號原先的位置 f_i ($i = 1, 2$) 的關係可以由以下方法決定：

$$f_{IF} = \begin{cases} \text{rem}(f_i \div f_s) & \text{if } \lfloor \frac{f_i}{f_s} \rfloor \text{ is even} \\ f_s - \text{rem}(f_i \div f_s) & \text{if } \lfloor \frac{f_i}{f_s} \rfloor \text{ is odd} \end{cases} \quad (12)$$

1. 以訊號 1 為例，先將 f_1 除以 $\frac{f_s}{2}$ ，如果商為偶數，則將取樣後頻譜歸類為正常位置。反之如果商為奇數，則歸類為反向位置。此時訊號在 0 到 $\frac{f_s}{2}$ 這個範圍之內出現的是負頻的頻譜，因此其訊號頻譜是呈現左右相反的。

2. 假設取樣後訊號 1 中心頻率為 f_{IF1} 。如果為正常位置的話，則

$$f_{IF1} = \text{rem}(f_1 \div f_s)$$

如果為反向位置的話，則 $f_{IF1} = f_s - \text{rem}(f_1 \div f_s)$ 。其中 $\text{rem}(f_1 \div f_s)$ 為 $f_1 \div f_s$ 之餘數。

因為每個訊號的正負頻譜必對稱於區段之中點 $\frac{f_s}{2}$ ，所以只要得知 0 到 $\frac{f_s}{2}$ 這個頻率範圍的頻譜即可獲得所有的待取樣訊號的正頻或負頻成分。

5 GSM 訊號之電腦模擬

本論文之實驗是以 MATLAB 為平台模擬所提出之多訊號帶通取樣技術。以下之模擬方式皆為先產生一筆寬頻雜訊，然後用 Butterworth 帶通濾波器濾出所需要的多組帶通訊號，接著以本論文所提出之方法求得合用之取樣頻率。我們將多組帶通訊號以所求得之取樣頻率取樣之後畫出取樣訊號之功率頻譜，藉以驗證取樣過程是否產生廢頻及各訊號頻譜位置是否和本方法理論之預期相同，以證明本方法之可行性。

為了檢驗所提出的方法應用在行動通訊系統的可行性，我們接下來以 GSM(Global System for Mobile communication) 系統[11] 中行動電話 (mobile station) 所需接收的訊號頻帶來做模擬。以 GSM 900 及 DCS 1800 系統來說，其行動電話接收訊號之頻帶分別為 935 MHz 到 960 MHz，以及 1805 MHz 到 1880 MHz，而每一個頻道 (channel) 的頻寬為 200 KHz[11]。

圖 5 為待取樣之 GSM 訊號，GSM 900 及 DCS 1800 各取一個頻道，訊號來源為先產生一筆 1350 萬點之寬頻雜訊，使其經過一個通帶為 935.2MHz 至 935.4MHz 之 4 階 Butterworth 帶通濾波器，所得輸出即為訊號 1。同樣地，我們讓該寬頻雜訊經過一個通帶為 1805.2MHz 至 1805.4MHz 之 3 階 Butterworth 帶通濾波器，所得輸出即為訊號 2，訊號 1 及訊號 2 相加即得到如圖 5 的 2 組帶通訊號，兩個訊號頻寬皆為 200KHz。

為了驗證本論文理論之正確性，我們以 $n_1 = 352, n_2 = 680$ case 8 為例，經由表 4 計算得知在此一選擇下合法的取樣頻率範圍為 2.653617MHz-2.654705MHz。而以取樣頻率 2.65428MHz 將圖 5 之訊號取樣後所得之訊號頻譜如圖 6。依照式 (12)，因為 $\lfloor \frac{f_1}{f_s} \rfloor = \lfloor \frac{935100000}{2654280} \rfloor = 704$ 為偶數，所以取樣後訊號 1 應為正常位置且中心頻率 $f_{IF1} = \text{rem}(935100000 \div 2654280) = 0.993439\text{MHz}$ 。而因為 $\lfloor \frac{f_2}{f_s} \rfloor = \lfloor \frac{1805100000}{2654280} \rfloor = 1360$ 為偶數，所以取樣後訊號 2 應為正常位置且中心頻率 $f_{IF2} = \text{rem}(1805100000 \div 2654280) = 0.3896\text{MHz}$ 。經由觀察圖 6 可知兩個頻帶之中心頻率分別為 0.993439MHz 及 0.3896 MHz，與上述計算相

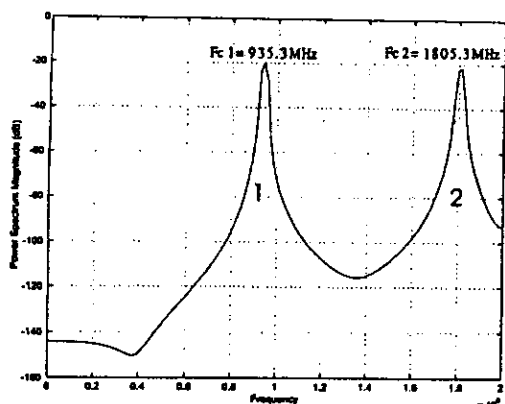


圖 5: 兩組待取樣 GSM 射頻訊號, $f_{C1}=935.3\text{MHz}$, $f_{C2}=1805.3\text{MHz}$, 頻寬=200KHz

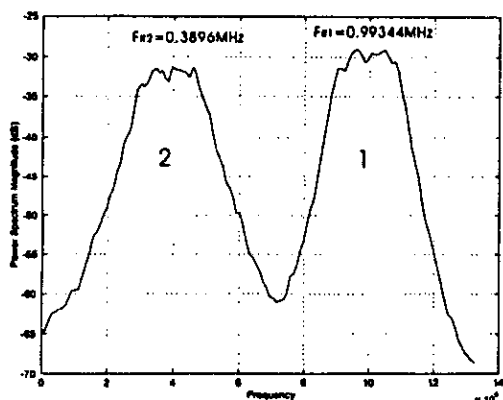


圖 6: 圖5 訊號經取樣後頻譜, $f_s=2.65428\text{MHz}$

符。由此可驗證圖6與 case 8之頻譜分布相同, 符合本論文之預期。

由實驗可以得知最低取樣頻率範圍為 807.424KHz 左右, 已經相當接近理論最低值 800KHz, 而此時的 $n_1 = 1158$, $n_2 = 2235$ 。在取樣頻率如此低的情形之下, 可用的 f_s 範圍相對狹窄, 只要將 n_1, n_2 值減小, 可用的 f_s 範圍則變大, 但是取樣頻率值也相對變大。

6 結論

隨著通訊技術往高頻化發展以及微處理器性能的提昇, 以軟體無線電的概念處理射頻訊號日漸受人重視。本論文的方法在針對多個帶通訊號同時取樣時, 提供了一個易於程式化的演算方式, 以符合軟體無線電的設計要求。相對於之前其他人所提出之多組訊號帶通取樣技術, 本論文使用理論推導的方式, 將所有的待取樣訊號一起考慮, 整理出在此訊號條件下取樣頻率所需滿足之不等式, 進而求出可供使用之取樣頻率。本論文所提出尋找取樣頻率不等式的方法有結構化的優點。我們將不等式分為相鄰頻譜以及邊界條件 2 個來源, 分別將 2 個來源所得之不等式交集即可得到

取樣頻率所需滿足之不等式。而在推導多個訊號的取樣頻率時, 可以由之前較少訊號情況時的推導過程擴展而來, 以減低推導過程之複雜度。

在電腦模擬方面, 我們以 GSM 行動電話所需接收的訊號頻帶做測試。我們考慮了同時取樣 GSM 900 及 DCS 1800 各一個頻道訊號的情況, 實驗結果證實所提出的方法可有效找出同時取樣兩組 GSM 訊號時所需之取樣頻率。

References

- [1] Theodore S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*. New Jersey : Prentice Hall, 2001.
- [2] Hoeg W. and Lauterbach T, *Digital Audio Broadcasting: Principles and Applications*. New York : Wiley, 2001.
- [3] Gilbert Held, *Data Over Wireless Networks: Bluetooth, WAP, and Wireless LANS*. New York : McGraw-Hill, 2001
- [4] Jennifer Bray and Charles F. Sturman, *Bluetooth: Connect Without Cables*. New Jersey : Prentice Hall, 2001.
- [5] Juha Korhonen, *Introduction to 3G Mobile Communications*. Boston : Artech House, 2001.
- [6] Simon Haykin, *Communication systems*. 3rd, New York : Wiley, 1994.
- [7] Dennis M. Akos, Michael Stockmaster, James B. Y. Tsui, and Joe Caschera, "Direct bandpass sampling of multiple distinct RF signals." *IEEE Trans. on communications*, vol. 47, no. 7, pp.983-988, Jul. 1999.
- [8] Ngai Wong and Tung-Sang Ng, "An efficient algorithm for downconverting multiple bandpass signals using bandpass sampling." *IEEE International Conference on Communications*, vol. 3, pp.910-914, 2001.
- [9] Joc Mitola, "The software radio architecture." *IEEE Commun., Mag.*, vol. 33, no. 5, pp.26-38, May. 1995.
- [10] Rodney G. Vaughan, Neil L. Scott, and D.Rod White, "The theory of bandpass sampling." *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 39, no. 9, pp.1973-1984, Sep 1991.
- [11] *Digital cellular telecommunications system (Phase 2+); Radio transmission and reception*, ETSI EN 300 910 Ver. 8.5.1, Nov. 2000.