

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

移動負載作用下之撓性結構的非線性動態分析 Nonlinear Dynamic Analysis of Flexible Structures Traversed by Moving Loads

計畫編號：NSC 86-2212-E-019-001

執行期限：85年8月1日至86年7月31日

主持人：林益煌 國立台灣海洋大學機械與輪機工程系 副教授

一、中文摘要

本研究之目的在探討撓性結構在移動負載作用下之非線性動態分析，傳統之線性分析在移動負載作用較劇時因未考慮幾何非線性造成高估衝擊係數之情形而無法達成結構之有效率設計。本文內容係以有限元素的方法建立非線性動態模型，幾何的非線性效應是以虛擬負荷的型態加入於模型的負荷側，並將此計算結果以疊代方式重複計算，終至得到一期望收斂值為止。本項研究是以簡支樑為承載結構，並依不同的參數如移動負載的移動速度、及其質量與承載結構之質量比等分別計算位移及彎距之衝擊係數，另由於移動負載問題之自由振動可能較強制振動更為嚴重，故也必須將此項因素一併列入分析，此外另一影響非線性特性之因素為樑之細長比及高縱深斷面之剪力效應，均為本文探討的範圍。

關鍵詞：移動負載、非線性動態分析、虛擬負荷、衝擊係數。

Abstract

The purpose of this study is to conduct nonlinear dynamic analysis of flexible structures traversed by moving loads when the flexible structures undergo large deformations. Efficient design may not be achieved since the traditional linear analysis over-estimates the impact factors due to ignorance of the geometric nonlinearity when

the moving load effect is too severe. The mathematical model of the nonlinear dynamic system is formulated by using the finite elements method, while a fictitious load vector resulting from the effect of geometric nonlinearity is added to the external force term. Computation of the equation of motion is iterated until a convergence criterion is satisfied. The impact factors of both deflection and moment at mid-point of the simply supported beam are calculated with varying moving speed of the moving load, as well as mass ratio. Another important concern is that free vibration of the moving load problem may result in more severe deflection than that due to forced vibration. This study also investigates the effects of shearing deformations and rotary inertia on the system dynamic behavior.

Keywords: Moving Load, Nonlinear Dynamic Analysis, Fictitious Load, Impact Factor.

二、緣由與目的

撓性結構在移動負載作用下之振動問題，初期受到關注主要係因橋樑、鐵道承受移動車輛之負載時，其動態位移及應力遠比靜態作用時嚴重許多，後來的發展發現甚多之工程問題亦屬此範疇，例如切削過程亦屬移動負載問題之一研究領域。傳統的線性分析[1, 2]在移動集中力的形態時，因並未如移動質量可能由於 Coriolis 力及離心力的作用而有較大的衝擊係數，

故仍然可獲得精確的結果，而在移動質量作用下往往可造成數倍以上的衝擊係數，故若仍然忽略大變形所產生的幾何非線性的狀況時，則將產生嚴重的誤差，而此項差異在越為輕柔結構設計時越為明顯，故有必要在非線性形態下做此探討，此為促成本研究之動機。

三、研究方法

3.1 線性有限元素模型之建立

承受集中移動負載之簡支樑，如附圖一，以有限元素法建立模型可表示為[3]：

$$[M] \cdot \left\{ \ddot{d} \right\} + [C] \cdot \left\{ \dot{d} \right\} + [K] \cdot \{d\} = [N]^T \cdot f_0 \quad (1)$$

其中

$$f_0 = m \cdot g - m \cdot \ddot{w}$$

m 為集中移動負載之質量， w 為集中移動負載之垂直動態位移量，即相當於簡支樑與集中移動負載接觸位置之垂直位移量。對 w 之時間微分，並且表示為形狀函數與節點位移的乘積： $w = [N] \cdot \{d\}$ 則(1)式可表示為：

$$\begin{aligned} & \left([M] + m \cdot [N]^T \cdot [N] \right) \cdot \left\{ \ddot{d} \right\} + \left([C] + 2m \cdot [N]^T \cdot [N] \cdot \dot{X} \right) \cdot \left\{ \dot{d} \right\} + \\ & \left([K] + m \cdot [N]^T \cdot [N] \cdot \ddot{X} + m \cdot [N]^T \cdot [N] \cdot \dot{X} \right) \cdot \{d\} \\ & = [N]^T \cdot mg \end{aligned} \quad (2)$$

對一個有兩個節點之 Timoshenko 樑結構之元件，若每個節點各為三個自由度，則除了垂直方向的位移場內差函數外，另可得：

$$\theta = [\bar{N}] \cdot \{d\}, \quad U = [\bar{U}] \cdot \{d\}.$$

θ 、 U 分別表示截面旋轉量與軸向位移， $[\bar{N}]$ 、 $[\bar{U}]$ 則依序表示截面旋轉量與軸向位移之形狀函數向量。

對一單一元素長度之樑結構線性剛性

矩陣可表示為[4]：

$$[K] = [k]_b + [k]_t + [k]_r \quad (3)$$

$[k]_b$ 、 $[k]_t$ 、 $[k]_r$ 分別為彎曲應變、軸向應變、剪應變效應產生之剛性矩陣。

樑結構線性質量矩陣可表示為[4]：

$$[M] = [m]_b + [m]_t + [m]_r + [m]_m \quad (4)$$

前式右邊項分別為垂直方向、軸向及旋轉慣性效應所產生之質量矩陣，末項為移動負載所產生之軸向慣性效應，只於移動負載所乘載之元素處才有值。

3.2 非線性有限元素模型之建立

應用虛擬負載(Fictitious Load)[5]的方法，使得因幾何非線性所必須的位移修正(Kinematic Correction)為之取代而達到相同非線性分析結果，而毋須使用較為複雜的非線性應變與位移關係。而為配合位移修正，首先以有限元素法找出位移向量，接著計算各元素之局部座標及虛擬負載，之後將質量、剛性矩陣及虛擬負載轉移至整體座標，並以疊代法計算出位移向量，直至位移向量收斂為止。虛擬負載是隨各元素之局部座標變化的，故必須與質量、剛性矩陣一樣轉為整體座標。

經第 i 次疊代計算後，(2)式可以局部座標表示為：

$$\begin{aligned} & \left([M] + m \cdot [N]^T \cdot [N] \right) \cdot \left\{ \ddot{d} \right\} + \left([C] + 2m \cdot [N]^T \cdot [N] \cdot \dot{X} \right) \cdot \left\{ \dot{d} \right\} + \\ & \left([K] + m \cdot [N]^T \cdot [N] \cdot \ddot{X} + m \cdot [N]^T \cdot [N] \cdot \dot{X} \right) \cdot \{d\} \\ & = [N]^T \cdot mg + [f] \end{aligned} \quad (5)$$

$[f]_i$ 為虛擬負載。

前式以整體座標可表示為：

$$\begin{aligned} & \bar{M}_i \cdot \left\{ \ddot{d} \right\}_i + \bar{C}_i \cdot \left\{ \dot{d} \right\}_i + \bar{K}_i \cdot d_i \\ & = [N]^T \cdot mg + [\bar{f}]^T \end{aligned} \quad (6)$$

$[\bar{M}]$, $[\bar{C}]$, $[\bar{K}]$, $[\bar{f}]$ 分別表示為經座標轉換後之質量、阻尼、剛性矩陣與虛擬力向量。

四、結果與討論

本研究以 Newmark 數值方法求解一簡支樑於承受移動負載時之非線性動態方程式，忽略簡支樑結構之阻尼效應，即 $[C]=[0]$ ，樑剪力係數為 0.85。

有限元素模型是由 8 個等長之樑元素所組成，移動負載的速度則分別代入 T_i/τ ，其比值於 0.02~2 之間， T_i 、 τ 分別表示為 B. E. 樑之基本週期及移動負載由樑左端至右端所行經時間，而移動負載的質量則分別以不同的質量比 β 代入，此質量比即為移動負載的質量與樑質量之比，計算結果則以衝擊係數表示，衝擊係數的定義為最大動態位移量(彎距值)與 B. E. 樑相同負載之最大靜態位移量(彎距值)之比值，且取簡支樑之中心點處為比較基準。另外，因考慮自由振動可能會造成較大之振幅，故在模擬時間長度上，以三個樑長度時間為準。

數值運算包括比較線性與非線性結果之差異及 Bernoulli-Euler Beam 與各種細長比(r/L)的 Timoshenko Beam 所產生的差別， $r = \sqrt{I/A}$ ，即為樑截面環動半徑， L 為樑全長。

附圖二為非線性位移與線性位移衝擊係數於 $\beta=1, 5, 10$ ，而 $T_i/\tau=0.02\sim 2$ ， $r/L=0.015$ 時之比較。

附表一則分別依 Bernoulli-Euler Beam 及 Timoshenko Beam 於 $r/L = 0.015, 0.045, 0.075$ ， $\beta=5, 10$ 時樑中心非線性最大位移量衝擊係數值。

附表二則延續附表一，唯係顯示線性之結果。

由附圖二、附表一及附表二之結果可

以觀察到細長比較小者及質量比愈大者，則其非線性位移量衝擊係數差別將愈明顯，此頗符合先前所預期之結果，附表一、二中灰色區域為表示出二者差異較大者。

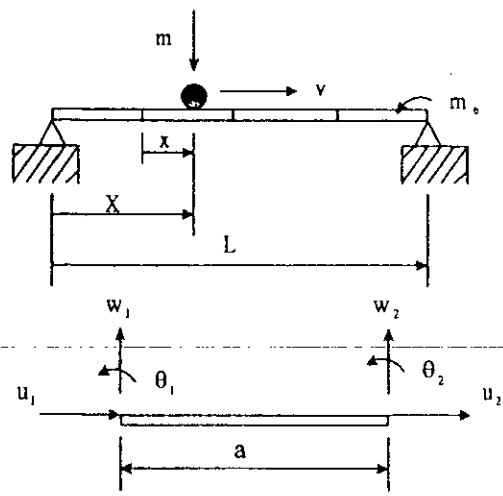
五、計畫成果自評

本次研究計畫成果已印證初始規劃的預期產生效應，不僅如此，非線性效應程度的多寡也受到樑的細長比(r/L)大小的影響，故除了質量比、速度比等參數外，另外細長比之效應亦可提供予工程界做各種設計時之參考，應屬本計畫最大收穫。

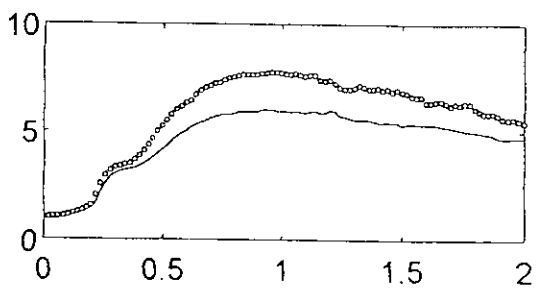
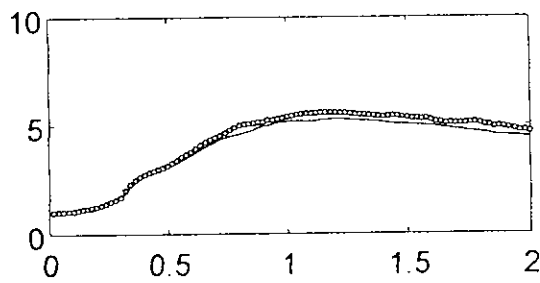
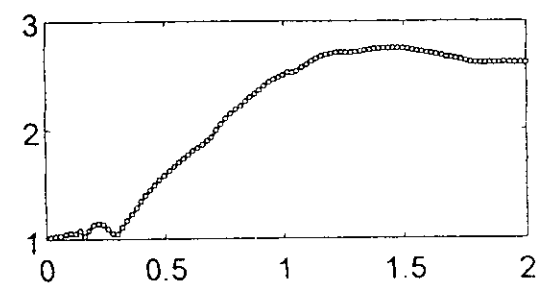
六、參考文獻

- [1] Y. H. Lin and M. W. Trethewey, 1990, "Finite Element Analysis of Elastic Beams Subjected to Moving Dynamic Loads," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 136, No. 2, pp. 323-342.
- [2] Y. H. Lin, 1997, "Comments on Dynamic Behavior of Beams and Rectangular Plates under Moving Loads," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 200, No. 5, pp. 721-725.
- [3] F. V. Filho, 1978 "Finite Element Analysis of Structures Under Moving Loads," *Shock and Vibration Digest*, vol. 10, pp. 27-35.
- [4] Y. H. Lin and Y. K. Tsai, 1997, "Nonlinear Vibration of Timoshenko Pipes Conveying Fluid," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 23, pp. 2945-2956.
- [5] Peter C. Kohnke, 1978, "Large Deflection Analysis of Frame Structures by Fictitious Forces," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 12, pp. 1279-1294.

七、圖表



附圖一：移動負載下之簡支樑(上)，樑元素之有限元素模型(下)



附圖二：(1)於 $r/L=0.015$ 時非線性與線性衝擊係數之比較，橫座標： T_i/τ ，縱座標：位移衝擊係數，
 (2)圖例：..... 線性，--- 非線性。
 (3)質量比： $\beta=1$ (上圖)， $\beta=5$ (中圖)， $\beta=10$ (下圖)。

附表一：簡支樑中點非線性衝擊係數

質量比 β	質量移動速度 T_i/τ	非線性分析結果			
		B-E 樑	TIMOSHENKO 樑, r/L		
			0.015	0.045	0.075
5	0.02	1.0087	1.0093	1.0839	1.2063
	0.1	1.0436	1.0424	1.0979	1.2347
	0.5	3.1660	3.0549	2.7626	2.3578
	1	5.5012	5.1668	4.1700	2.9542
	2	4.7416	4.4356	3.1678	1.7735
10	0.02	1.0061	0.9894	1.0736	1.2055
	0.1	1.1249	1.0858	1.2023	1.3260
	0.5	5.4088	4.1894	4.1083	2.9819
	1	7.8241	5.9338	5.8137	3.8024
	2	5.5907	4.7098	3.6358	1.8940

附表二：簡支樑中點線性衝擊係數

質量比 β	質量移動速度 T_i/τ	線性分析結果			
		B-E 樑	TIMOSHENKO 樑, r/L		
			0.015	0.045	0.075
5	0.02	1.0087	1.0167	1.0839	1.2063
	0.1	1.0449	1.0504	1.0979	1.2347
	0.5	3.1965	3.1384	2.7626	2.3578
	1	5.6388	5.3756	4.1700	2.9542
	2	4.7708	4.6826	3.1678	1.7735
10	0.02	1.0066	1.0144	1.0736	1.2055
	0.1	1.1240	1.1330	1.2023	1.3260
	0.5	5.4408	5.2469	4.1085	2.9819
	1	8.0123	7.7198	5.8138	3.8024
	2	5.5169	5.4513	3.6359	1.8940