

國立臺灣海洋大學一〇二學年度研究所碩士班暨碩士在職專班招生考試試題

考試科目： 工程數學

系所名稱： 輪機工程學系碩士班不分組

※可使用計算器

1.答案以橫式由左至右書寫。2.請依題號順序作答。

1. (10%)Solve the given differential equation

$$x^2 \frac{dy}{dx} = y - xy, y(-1) = -1$$

2. (10%)Solve $2y'' + y' - y = x + 1$ 其初始條件為 $y(0) = 1, y'(0) = 0$

3. (10%)Use the Laplace Transform to solve the given initial-value problem.

$$y'' + y = \sin t, y(0) = 1, y'(0) = -1$$

4. (10%)求出包含給定直線，而與指定平面正交的平面方程式

$$\frac{2-x}{3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-8}{2};$$

$$2x - 4y - z + 16 = 0$$

5. (10%)水由消防水管噴出會承受水平力 F_1 ，大小 200 lb，見圖 1，救火員必須施加多少的力 F_3 ，使得水管能夠朝向水平 45° 的方向？

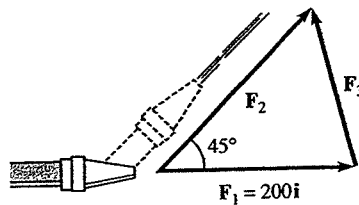


圖 1

6 (10%)給定矩陣 A 為對稱，求出使得 A 對角化的正交矩陣 P 及對角矩陣 D ，其中 $D = P^T A P$ 。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. (10%)Find the curl and divergence of the given vector field. 求出給定向量場的旋度和散度。

$$F(x, y, z) = (x - y)^3 \mathbf{i} + e^{-yz} \mathbf{j} + xy e^{2y} \mathbf{k}$$

8. (10%) Use Green's theorem to evaluate the given line integral。

$$\int_C e^{2x} \sin 2y \, dx + e^{2x} \cos 2y \, dy, \text{ 其中 } C \text{ 為橢圓形 } 9(x-1)^2 + 4(y-3)^2 = 36。$$

9. (10%) 求 $F = xi + yj + zk$ 流出單位立方體 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1$ 的通量, 見圖 2。流出立方體的通量即為各面通量的總和。

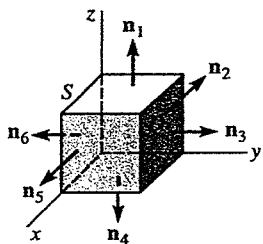


圖 2

10. (10%)求出 f 在給定區間的傅利葉級數

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0 \\ 2, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$