



考試科目：自動控制

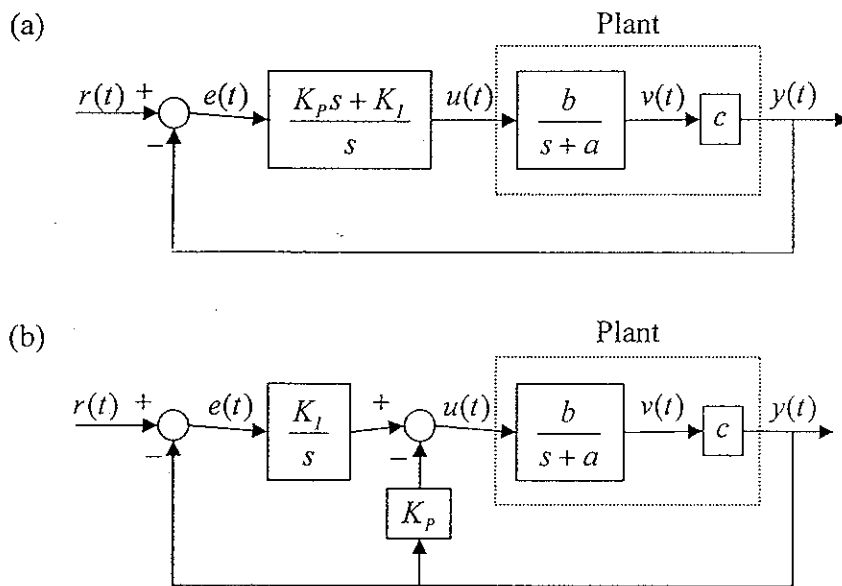
系所名稱：機械與機電工程學系碩士班機電控制組

1. 答案以橫式由左至右書寫。2. 請依題號順序作答。

(共 5 大題，滿分一百分；過程須清楚，答案請用雙底線加強標示)

1. 圖(一)所示為兩種常見的 PI 控制器系統，請分別求出(a)系統與(b)系統的閉迴路轉移函數

$G(s) \triangleq \frac{Y(s)}{R(s)}$ ，其中 $R(s)$ 、 $Y(s)$ 分別為 $r(t)$ 與 $y(t)$ 的拉氏轉換。(20%)



圖(一) 兩種常見的 PI 控制器架構

2. 畫出下列方程式之根軌跡，並求出使所有根皆位於複數平面左半面的 K 值範圍。

(請注意下列敘述之根軌跡作圖注意事項)

(a) $(s^2 + s - 2)^2 + K = 0$. (5%)

(b) $(s^2 + 2s + 1)^2 + K(s^2 - 2s + 1)^2 = 0$. (5%)

(c) $(s^3 + s^2 + s + 1) + K(s - 1) = 0$. (5%)

(d) $(s + 1)^2(s + 2) + K = (s^3 + 4s^2 + 5s + 2) + K = 0$. (5%)

(e) $s(s + 1)^2(s + 2) + K = (s^4 + 4s^3 + 5s^2 + 2s) + 0.25K = 0$. (5%)

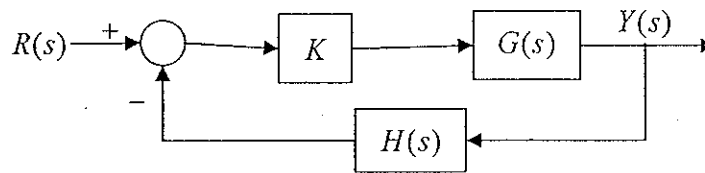
根軌跡作圖注意事項

(1) 請以符號「×」標示出每個極點；

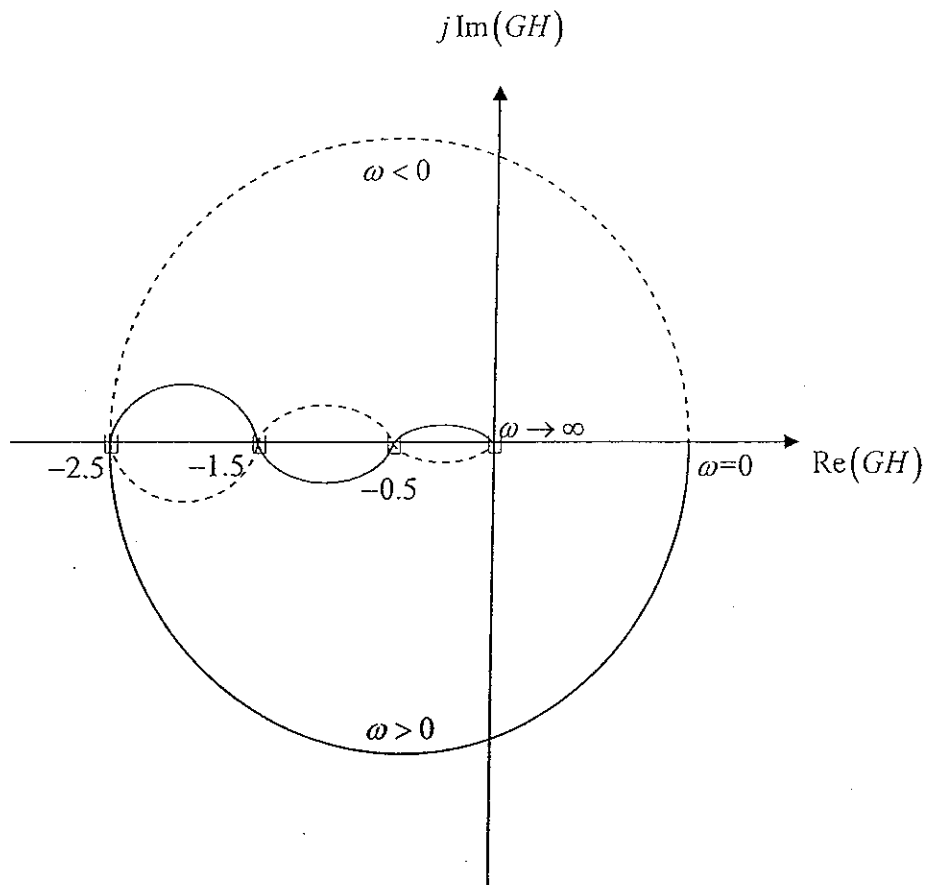
(2) 請以符號「○」標示出每個零點；

- (3) 只需畫出 $K > 0$ 時之根軌跡，但須標註箭頭以顯示 K 值由小到大時軌跡的變化方向；
- (4) 若有兩條或兩條以上漸近線，請以虛線畫出所有漸近線，並標示出其交點座標；
- (5) 分離點(Breakway point, Saddle point)及分支數目必須正確；
- (6) 若有離開角(Angles of Departure)或到達角(Angles of Arrival)，須有計算式，但結果取近似值即可；
- (7) 最後，請以 Routh-Hurwitz 準則計算 K 的臨界值，並註明可使系統穩定的 K 值範圍(若包含負值範圍亦請照實際範圍列出)。

3. 考慮一閉迴路系統，其方塊圖如圖(二)所示。且 $G(s)H(s) = \frac{Z(s)}{P(s)}$ ，其中 $P(s)$ 、 $Z(s)$ 分別代表該轉移函數的分母與分子多項式。若 $P(s) = 0$ 的所有根皆位於複數平面的左半面，但 $Z(s) = 0$ 具有兩個根位於右半面。若 $G(s)H(s)$ 的 Nyquist Plot 示意圖如圖(三)，則請列出所有可另該閉迴路系統穩定的 K 值範圍。(20%)



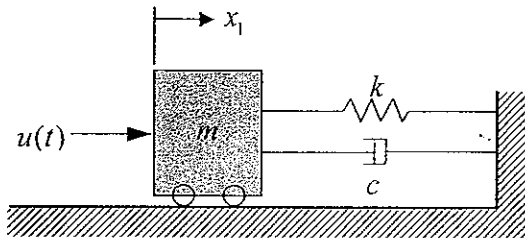
圖(二)



圖(三)

4. 考慮下圖由質量 m 之滑塊、彈性係數 k 之理想彈簧、阻尼係數 c 之理想阻尼器（不考慮與地面之摩擦力）所組成的動態系統。若 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$ ，其中， x_1 表示滑塊的位置， x_2 表示滑塊的速度。且當 $x_1 = 0$ 時彈簧維持自然長度，且滑塊受到外力 $u(t)$ 。請推導出該系統之動態方程式，並以下列狀態方程式表示之。（20%）

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

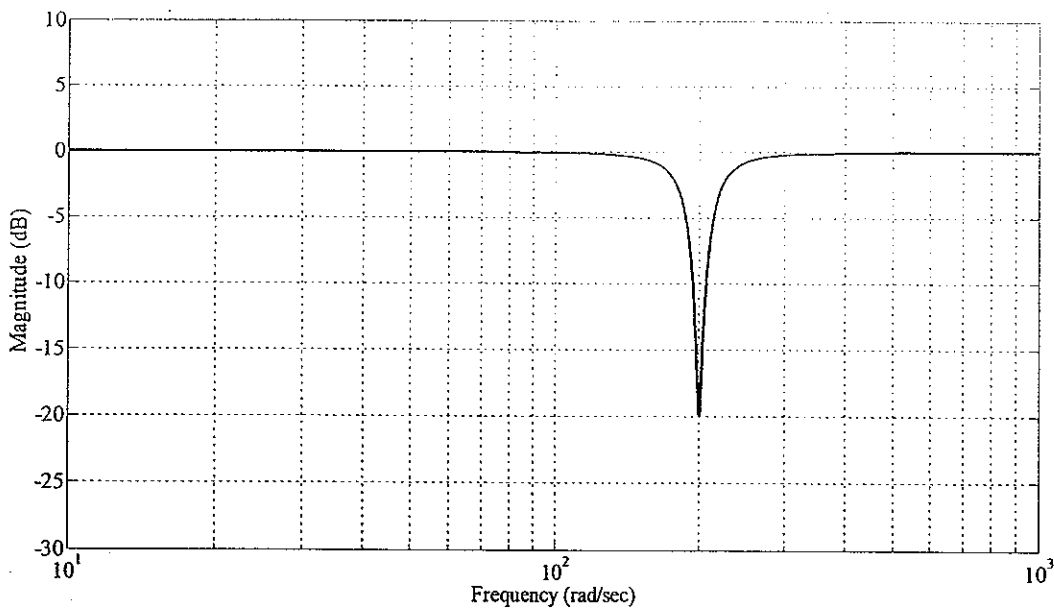


圖(四)

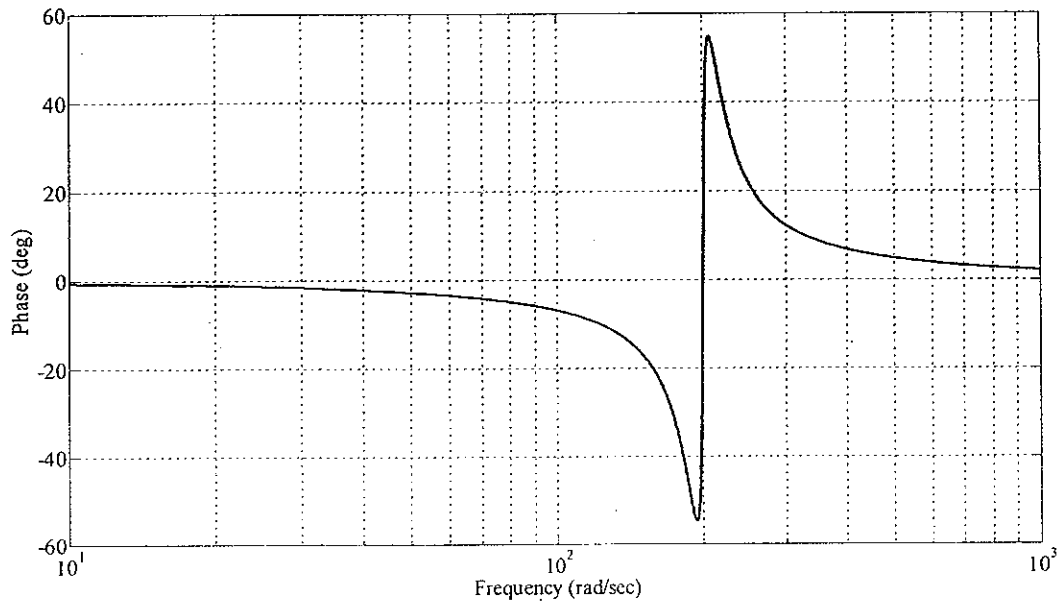
5. 典型之 notch filter 其輸入與輸出訊號間具有下列形式之轉移函數

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 2\xi_z s \omega_n + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi_p s \omega_n + \omega_n^2}$$

若以知有一 notch filter 之 Bode diagram 如圖(五)所示。則該 notch filter 的輸入訊號為 $u(t) = 5 \cos(10t) - 0.2 \sin(200t)$ 時，則其穩態之輸出值 $y_{ss}(t)$ 約為何種形式？（15%）



(接下頁)



圖(五)